

## ОДДЕЛЕНСКА И ПРЕДМЕТНА НАСТАВА

**Ирена Стојковска**

Природно-математички факултет, Скопје

### МЕТОД НА ОТСЕЧКИ

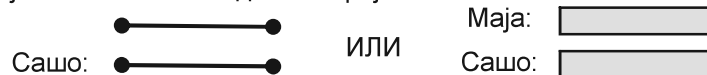
*Методот на отсечки* претставува визуелен приказ на количините и односите кои важат меѓу количините во една текстуална задача. За таа цел може да се користат отсечки или правоаголници со еднакви ширини, а чии должини одговараат на количината која ја претставуваат. Притоа, отсечките, односно правоаголниците кои одговараат на еднакви количини, пожелно е да се со иста боја, а правоаголниците да се со иста шара. На отсечките, односно на правоаголниците, кои претставуваат позната количина се запишува бројчаната вредност на количината. На овој начин, полесно се воочуваат врските кои важат меѓу количините, па следствено полесно се доаѓа до начинот на решавање на задачата и одредувањето на непознатата количина.

Во примерите кои следат, **аритметичкиот пристап подразбира цртеж и решавање на задачата без воведување променливи и него го препорачуваме за одделенска настава.** Методот на отсечки лесно се прилагодува на алгебарскиот пристап на решавање текстуални задачи со равенки. Алгебарскиот пристап ги подразбира цртежите, воведувањето променливи и решавањето равенки.

#### 1. Задачи со четирите основни операции

Најнапред ќе ги илустрираме на примери основните односи на количините претставени со помош на отсечки и правоаголници:

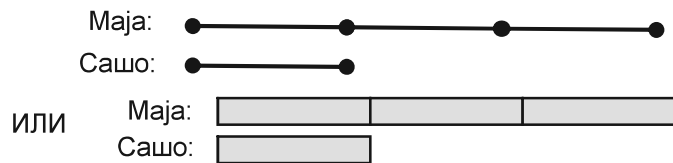
A. Маја и Сашо имаат еднаков број боички.



B. Маја има 5 боички повеќе од Сашо. (Сашо има 5 боички помалку од Маја.)

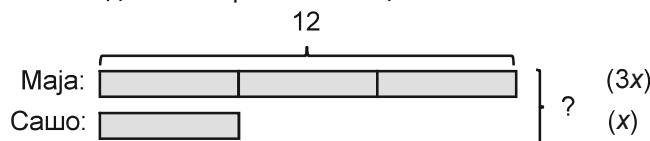


V. Маја има 3 пати повеќе боички од Сашо. (Сашо има 3 пати помалку боички од Маја.)



**Пример 1.** Маја има 12 боички, а Сашо има 3 пати помалку боички од Маја. Колку вкупно боички имаат Маја и Сашо заедно?

**Решение.** Цртаме цртеж на кој единичната отсечка, односно правоаголник, се бројот на боички кои ги има Сашо. Тогаш, Маја има три такви единични правоаголници.



**Аритметички пристап.**

Маја има 12 боички, па должината на еден единичен правоаголник е  $12 : 3 = 4$ , односно Сашо има 4 боички. Тогаш, Маја и Сашо заедно имаат  $12 + 4 = 16$  боички.

**Алгебарски пристап.**

$x$  - боички на Сашо

$3x$  - боички на Маја

$$3x = 12$$

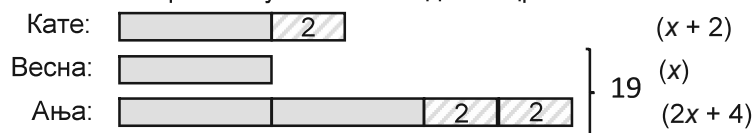
$$x = 12 : 3 = 4$$

Маја и Сашо заедно имаат:

$$x + 3x = 4x = 4 \cdot 4 = 16 \text{ боички.}$$

**Пример 2.** Кате решила 2 задачи повеќе од Весна, а Ања решила 2 пати повеќе задачи од Кате. Ања и Весна заедно решиле 19 задачи. Колку повеќе задачи решила Ања од Кате?

**Решение.** Нека единичниот правоаголник се бројот на задачи кои ги решила Весна. Тогаш, бројот на задачи кои ги решиле Кате, Весна и Ања ги претставуваме со следниот цртеж:



**Аритметички пристап.** Прво ја наоѓаме должината на единичниот правоаголник со  $(19 - 2 \cdot 2) : 3 = (19 - 4) : 3 = 15 : 3 = 5$ , што значи дека Весна решила 5 задачи. Кате решила  $5 + 2 = 7$  задачи, а Ања решила  $2 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 10 + 4 = 14$  задачи. Па, Ања решила  $14 - 7 = 7$  задачи повеќе од Кате.

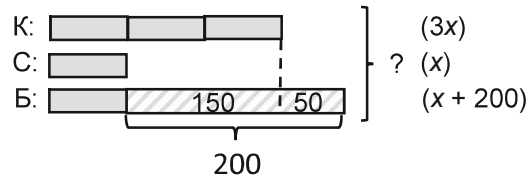
**Алгебарски пристап.**

$$\begin{array}{ll} x \text{ задачи решила Весна} & x + (2x + 4) = 19 \\ (x + 2) \text{ задачи решила Кате} & 3x = 15 \\ (2x + 4) \text{ задачи решила Ања} & x = 15 : 3 = 5 \end{array}$$

Ања решила  $2x + 4 = 2 \cdot 5 + 4 = 10 + 4 = 14$  задачи, Кате решила  $x + 2 = 5 + 2 = 7$  задачи, значи Ања решила  $14 - 7 = 7$  задачи повеќе од Кате.

**Пример 3.** За една добротворна акција, Калина собрала 3 пати повеќе пари од Симона, Симона собрала 200 ден. помалку од Бисера, а Бисера собрала 50 ден. повеќе од Калина. Колку вкупно пари собрале трите другарки заедно?

**Решение.** Единичниот правоаголник се парите кои ги собрала Симона. Тогаш, според условите на задачата се добива следниот цртеж:



**Аритметички пристап.** Од цртежот гледаме дека вредноста на два единични правоаголници е  $200 - 50 = 150$ , значи еден единичен правоаголник е  $150 : 2 = 75$ , односно Симона собрала 75 ден. Калина собрала  $3 \cdot 75 = 225$  ден., а Бисера собрала  $75 + 200 = 275$  ден. Сите три другарки заедно собрале  $225 + 75 + 275 = 575$  ден.

**Алгебарски пристап.**

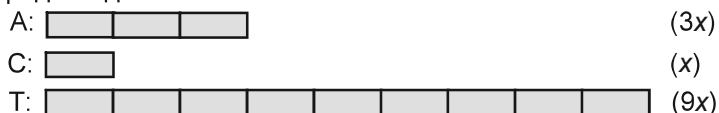
$$\begin{array}{ll} x \text{ пари на Симона} & (x + 200) - 50 = 3x \\ 3x \text{ пари на Калина} & 150 = 2x \\ (x + 200) \text{ пари на Бисера} & x = 150 : 2 = 75 \end{array}$$

Значи, Симона собрала 75 ден., Калина собрала  $3x = 3 \cdot 75 = 225$  ден., Бисера собрала  $x + 200 = 75 + 200 = 275$  ден., а сите три другарки заедно собрале  $225 + 75 + 275 = 575$  ден.

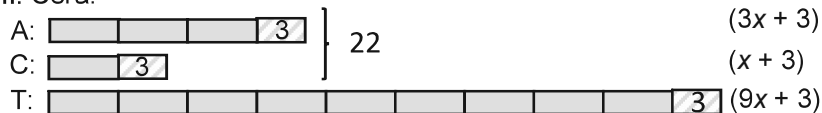
**Пример 4.** Пред 3 години Алек имал 3 пати повеќе години од сестра му, а 3 пати помалку години од татко му. Алек и сестра му сега имаат 22 години заедно. После колку години татко му на Алек ќе има 2 пати повеќе години од Алек?

**Решение.** На првиот цртеж ги претставуваме годините кои ги имале Алек (А), сестра му (С) и татко му (Т), пред 3 години, притоа единичниот правоаголник одговара на годините кои ги имала сестра му пред 3 години. На вториот цртеж ги претставуваме сегашните години на Алек, сестра му и татко му.

I. Пред 3 години:



II. Сега:



**Аритметички пристап.** Од вториот цртеж добиваме дека единичниот правоаголник е  $(22 - 2 \cdot 3) : 4 = (22 - 6) : 4 = 16 : 4 = 4$ , што значи дека сега Алек има  $3 \cdot 4 + 3 = 12 + 3 = 15$  години, сестра му има  $4 + 3 = 7$  години, а татко му има  $9 \cdot 4 + 3 = 36 + 3 = 39$  години.

**Алгебарски пристап.**

$x$  годините на сестрата пред 3 год.  $(3x + 3) + (x + 3) = 22$

$3x$  годините на Алек пред 3 год.  $4x = 16$

$9x$  годините на таткото пред 3 год.  $x = 16 : 4 = 4$

Алек сега има  $3x + 3 = 3 \cdot 4 + 3 = 12 + 3 = 15$  години, сестра му сега има  $x + 3 = 7$  години, а татко му сега има  $9x + 3 = 39$  години.

Понатаму, за да најдеме по колку години татко му на Алек ќе има 2 пати повеќе години од Алек, цртаме цртеж за годините на Алек и татко му после одреден број години.

III. По ? години:

A:   $(3x + 3 + y)$

T:   $(9x + 3 + y)$

**Аритметички пристап.** Бидејќи тогаш, татко му ќе има два пати повеќе години Алек, тоа значи дека, ако од годините на татко му ги одземеме годините на Алек (три единични правоаголници, еден кој одговара на 3 години и еден кој одговара на непознатиот број години), ќе добиеме 6 единични правоаголници кои одговараат на тогашните години на Алек. Значи, Алек ќе има  $6 \cdot 4 = 24$  години. Алек сега има 15 години, што значи дека по  $24 - 15 = 9$  години, татко му ќе има два пати повеќе години од Алек. Проверка: Татко му сега има 39 години, па по 9 год. тој ќе има  $39 + 9 = 48$  год., што е два пати повеќе од 24 години, колку што ќе има Алек по 9 години.

**Алгебарски пристап.**

$y$  години, за кои, таткото ќе биде 2 пати постар од Алек

$$3x + 3 + y = 12 + 3 + y = 15 + y \text{ тогашните години на Алек}$$

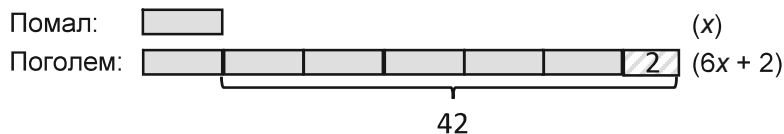
$$9x + 3 + y = 36 + 3 + y = 39 + y \text{ тогашните години на татко му}$$

$$39 + y = 2(15 + y) \Rightarrow 39 + y = 30 + 2y \Rightarrow y = 9$$

Значи, по 9 години татко му на Алек ќе биде 2 пати постар од Алек.

**Пример 5.** Разликата на два броја е 42. Кога поголемиот ќе се подели со помалиот се добива количник 6 и остаток 2. Кои се тие броеви?

**Решение.** Нека единичниот правоаголник одговара на помалиот број. За поголемиот број имаме дека се состои од 6 такви правоаголници и уште еден правоаголник кој одговара на големина 2. Исто така, поголемиот број е за 42 поголем од помалиот. Така, го добиваме цртежот:



**Аритметички пристап.**

Од цртежот наоѓаме дека вредноста на еден единичен правоаголник, односно помалиот број е  $(42 - 2) : 5 = 40 : 5 = 8$ . Тогаш, поголемиот број е  $8 + 42 = 50$ .

**Алгебарски пристап.**

$x$  - помалиот број  
 $6x + 2$  - поголемиот број

$$(6x + 2) - x = 42$$

$$5x = 40 \Rightarrow x = 40 : 5 = 8$$

$$6x + 2 = 6 \cdot 8 + 2 = 50$$

Тие броеви се 50 и 8.

**Пример 6.** Збирот на четири природни броеви е 999. Ако првиот број го зголемиме за 2, вториот број го намалиме за 2, третиот го зголемиме 2 пати, а четвртиот го намалиме 2 пати, ќе добиеме еднакви броеви. За кои четири природни броеви станува збор?

**Решение.** Цртаме цртеж во кој единичниот правоаголник е третиот број. На цртежот, **отсуството на количина го претставуваме со испрекинати линии**, така првиот број се состои од два единични правоаголници, од кои е изваден правоаголник со вредност 2.



**Аритметички пристап.** Од цртежот се согледува дека збирот на сите четири броја е всушност еднаков на вредноста на 9 единични правоаголници (правоаголникот со вредност 2 кој е дел од вториот број, го надополнува првиот број до два единични правоаголници). Па затоа, вредноста на еден единичен правоаголник, односно третиот број е  $999 : 9 = 111$ . Тогаш, првиот

број е  $2 \cdot 111 - 2 = 220$ , вториот број е  $2 \cdot 111 + 2 = 224$  и четвртиот број е  $4 \cdot 111 = 444$ .

**Алгебарски пристап.**

$$x - \text{третиот број} \quad (2x - 2) + (2x + 2) + x + 4x = 999$$

$$(2x - 2) - \text{првиот број} \quad 9x = 999$$

$$(2x + 2) - \text{вториот број} \quad x = 111$$

$$4x - \text{четвртиот број}$$

Значи, третиот број е 111, првиот број е  $2x - 2 = 220$ , вториот број е  $2x + 2 = 224$  и четвртиот број е  $4x = 444$ .

**Задачи за самостојна работа**

1. Марко и Филип потрошиле заедно 1030 ден. за пазарување, при што Марко потрошил 110 ден. повеќе од Филип. Колку пари потрошил Марко?

2. Дедо Мите едно попладне собрал вкупно 245 овошки: јаболка, круши и сливи. Тој собрал 5 пати повеќе јаболка отколку круши. Собрал 70 сливи повеќе од круши. Колку повеќе јаболки од сливи собрал дедо Мите?

3. Мартин има 34 џамлии повеќе од Лука, Александар има два пати повеќе џамлии од Мартин, а Коста има 100 џамлии помалку од Александар. По колку џамлии има секој од другарите Лука, Мартин, Александар и Коста, ако сите четворица заедно имаат 214 џамлии?

4. Митко е четири пати постар од Стево, а е четири години помлад од Коста. Коста и Стево заедно имаат 49 години. Колку години ќе има Митко после 7 години?

5. Јас имам 4 пати повеќе години отколку што имала сестра ми кога била 2 пати помлада од мене. Колку години имам јас, а колку има сестра ми, ако за 15 години, ние заедно ќе имаме 100 години?

(продолжува во следниот број)

**Извори:**

[1] И. Стојковска, *Решавање текстуални задачи со метод на отсечки*, Есенска математичка школа 2019, СММ, октомври-ноември 2019.

[2] М. Шариќ, *Метода дужи*, Математички лист XLIV-3 (2009), 1-4.

[3] S.J.Choo, K.T.Hong, Y.S.Mei, J.Lim, *Singapore Model Method for Learning Mathematics*, Marshall Cavendish Education, 2009.