Ирена Стојковска,
Природно-математички факултет, Скопје

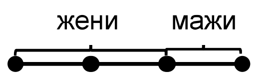
## МЕТОД НА ОТСЕЧКИ

(продолжува од претходниот број)

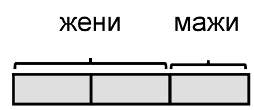
### 2. Задачи со дел од цело

На следниот цртеж е дадено претставување со отсечки, односно со правоаголници, на количини кои се дел од целина:

Во едно училиште 2/3 од вработените се жени, а останатите се мажи:

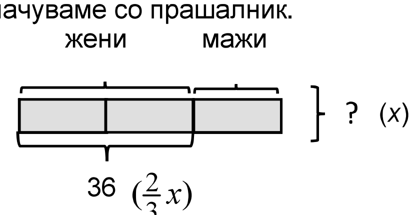



ИЛИ




**Пример 1.** Во едно училиште 2/3 од вработените се жени. 36 вработени се жени. Колку вкупно луѓе работат во училиштето?

**Решение.** Правоаголникот кој ги означува сите вработени во училиштето го делиме на 3 еднакви дела, така единичниот правоаголник е 1/3 од вкупниот број на вработени во училиштето. Два од деловите го претставуваат бројот на жените, а еден дел го претставува бројот на мажите. Исто така, на црежот означуваме дека 36 се жени, а количината која се бара, т.е. вкупниот број на вработени, ја означуваме со прашалник.




**Аритметички пристап.**
Бројот на вработени мажи во училиштето е 36 : 2 = 18, а вкупниот број на вработени (жени и мажи заедно) е
36 + 18 = 54.
Проверка: бројот на вработени жени е 2/3 од 54, односно
(54 : 3) · 2 = 18 · 2 = 36.

**Алгебарски пристап.**
$x$ е вкупниот број вработени

$\frac{2}{3}x$ е бројот на жени

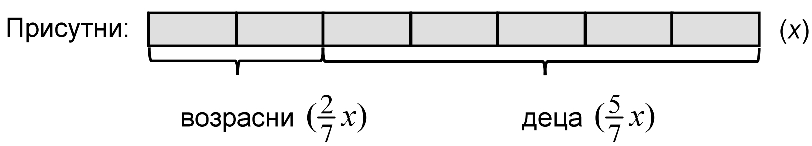
$$\frac{2}{3}x = 36$$

$$x = \frac{36\cdot 3}{2} = \frac{108}{2} = 54$$

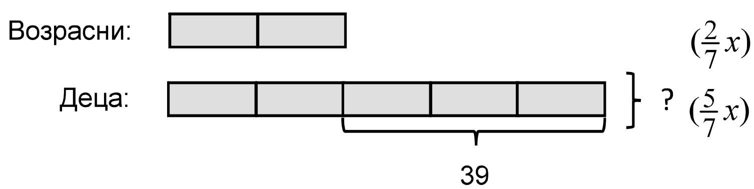
Во училиштето има 54 вработени.

**Пример 2.** Две седмини од луѓето присутни на една претстава за деца биле возрасни. Меѓу присутните имало за 39 повеќе деца од возрасни. Колку деца биле присутни на претставата?

**Решение.** На првиот цртеж, вкупниот број присутни го делиме на седум еднакви дела и означуваме два дела за возрасните, а останатите за децата. Единичниот правоаголник е 1/7 од вкупниот број луѓе присутни на претставата.




На вториот цртеж, го споредуваме бројот на деца и бројот на возрасни.




**Аритметички пристап.** Од цртежот гледаме дека вредноста на три единични правоаголници е 39, па вредноста на еден единичен правоаголник е 39 : 3 = 13. Тогаш, бараниот број деца присутни на претставата е 5 · 13 = 65.

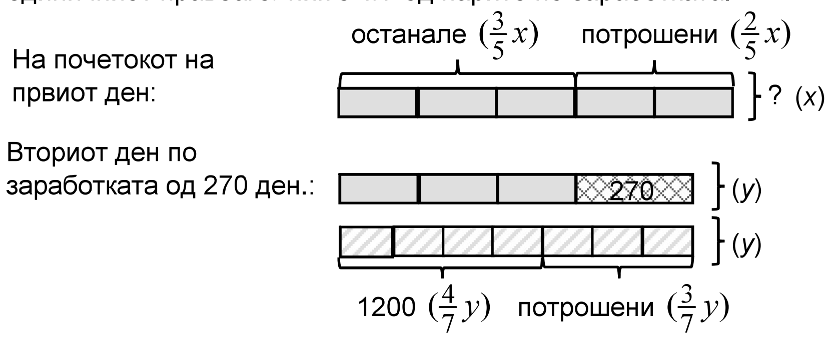
**Алгебарски пристап.**

| | |
|---|---|
| $x$ луѓе присутни на претставата | $\frac{5}{7}x-\frac{2}{7}x=39$ |
| $\frac{2}{7}x$ присутни возрасни | $\frac{3}{7}x=39$ |
| $x-\frac{2}{7}x=\frac{5}{7}x$ присутни деца | $x=\frac{39\cdot 7}{3}=\frac{273}{3}=91$ |

Значи, на претставата биле присутни 91 возрасни и деца, а меѓу нив имало $\frac{5}{7}x=\frac{5}{7}\cdot 91=\frac{455}{7}=65$ деца.

**Пример 3.** Јована имала одредена количина на пари. Потрошила 2/5 од парите. Следниот ден заработила 270 денари, а нешто подоцна потрошила 3/7 од парите. На крајот сепак ѝ останале 1200 денари. Колку пари имала Јована на почетокот?

**Решение.** Цртаме цртеж за состојбата на парите на Јована на почетокот на првиот ден и вториот ден по заработката од 270 денари. На почетокот на првиот ден единичниот правоаголник е 1/5 од почетните пари, а вториот ден по заработката од 270 ден., единичниот правоаголник е 1/7 од парите по заработката.




**Аритметички пристап.**

Од цртежот ја пресметуваме вредноста на вториот единичен правоаголник 1200 : 4 = 300 денари, од каде вториот ден, по заработката од 270 денари, Јована имала 7 · 300 = 2100 денари. Значи, на почетокот на вториот ден пред да заработи 270 денари, имала 2100 – 270 = 1830 денари, а тоа е вредноста на три единични правоаголници од првиот вид. Вредноста на првиот единичен правоаголник е 1830 : 3 = 610 денари, од каде на почетокот на првиот ден Јована имала 5 · 610 = 3050 денари.

**Алгебарски пристап.**

$x$ денари имала Јована на почеток

$x-\frac{2}{5}x=\frac{3}{5}x$ денари ѝ останале откако потрошила 2/5 од нив

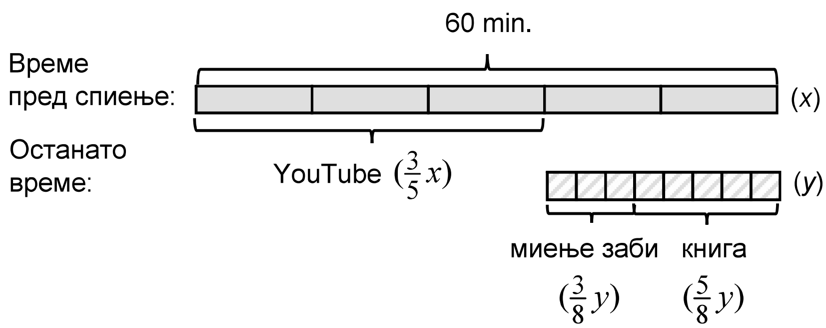
$y=\frac{3}{5}x+270$ денари после заработката од 270 денари

$y-\frac{3}{7}y=\frac{4}{7}y$ денари ѝ останале откако потрошила 3/7 од нив

Од $\frac{4}{7}y = 1200$ следи $y = \frac{1200 \cdot 7}{4} = \frac{8400}{4} = 2100$. Бидејќи $y = \frac{3}{5}x + 270$, имаме $\frac{3}{5}x + 270 = 2100$. Решаваме $\frac{3}{5}x = 1830$ и добиваме $x = \frac{1830 \cdot 5}{3} = \frac{9150}{3} = 3050$ денари.

**Пример 4.** Јана има секојдневна рутина еден час пред спиење: 3/5 од времето Јана го поминува во гледање видеа на омилениот YouTube канал, 3/8 од преостаното време го поминува во миење на забите и облекување на пижами. Останатото време Јана чита книга пред спиење. Колку време Јана чита книга пред спиење?

**Решение.** Времето пред спиење од 1 час, т.е. 60 минути го претставуваме со правоаголник кој го делиме на 5 еднакви дела, еден дел е еден единичен правоаголник. Три единични правоаголници одговараат на времето поминато на YouTube, а остатокот од времето го делиме на 8 еднакви дела, еден дел е еден единичен правоаголник од втор вид, при што три такви единични правоаголници од втор вид одговараат на времето поминато во миење заби и облекување пижами.




**Аритметички пристап.** Прво, ја наоѓаме вредноста на еден единичен правоаголник од прв вид, т.е. 60 : 5 = 12 минути. Останатото време по гледање видеа на YouTube е два единични правоаголника од прв вид, т.е. 2 · 12 = 24 минути. Тогаш, вредноста на еден единичен правоаголник од втор вид е 24 : 8 = 3 мин. Времето кое Јана чита книга е претставено со 5 единични правоаголници од втор вид, значи Јана чита книга 5 · 3 = 15 мин.

**Алгебарски пристап.**

$x = 60$ мин. времето пред спиење

$\frac{3}{5}x$ минути е времето поминато во гледање на YouTube видеа

$y = x - \frac{3}{5}x = \frac{2}{5}x$ минути е времето за миење заби и читање книга

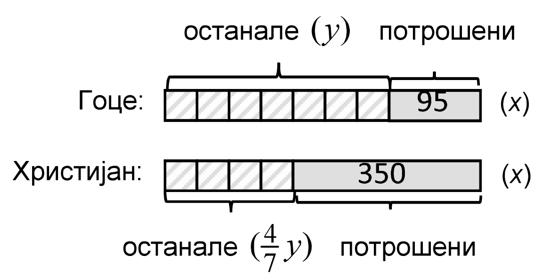
$\frac{3}{8}y$ минути е времето за миење заби

Времето кое Јана го поминува во читање книга е

$$y - \frac{3}{8}y = \frac{5}{8}y = \frac{5}{8}\cdot\frac{2}{5}x = \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}\cdot 60 = 15 \text{ мин.}$$

**Пример 5.** Гоце и Христијан имале иста количина на пари. Откако Гоце потрошил 95 денари, а Христијан потрошил 350 денари, на Христијан му останале пари кои се 4/7 од парите кои му останале на Гоце. Колку пари му останале на Гоце по пазарувањето?

**Решение.** Цртаме цртеж на кој парите на Гоце и Христијан пред пазарувањето ги претставуваме со правоаголници со иста големина, а откако ќе ги означиме деловите кои одговараат на потрошените пари, деловите кои ги претставуваат парите кои им останале треба да се составени од единични правоаголници, и тоа кај Гоце 7, а кај Христијан 4, за да парите кои му останале на Христијан се 4/7 од парите кои му останале на Гоце.




**Аритметички пристап.**

Од цртежот гледаме дека три единични правоаголници одговараат на разликата од потрошените пари на Христијан и Гоце т.е. 350 – 95 = 255, па вредноста на еден единичен правоаголник е 255 : 3 = 85. Значи, по пазарувањето, на Гоце му останале 7 · 85 = 595 ден.

**Алгебарски пристап.**

$x$ - пари кои ги имале Гоце и Христијан на почетокот

$y = x - 95$ - пари кои му останале на Гоце по трошењето

$x - 350$ - пари кои му останале на Христијан по трошењето

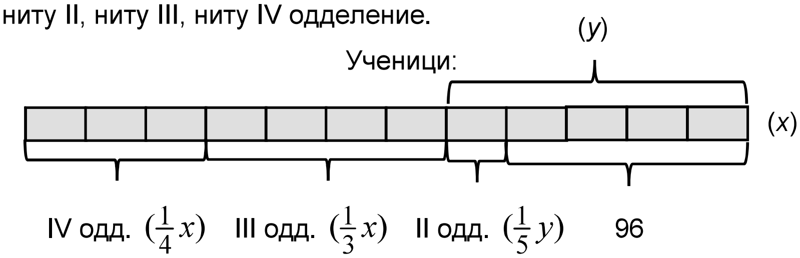
$$x - 350 = \frac{4}{7}y \;\Rightarrow\; x - 350 = \frac{4}{7}(x - 95) \;\Rightarrow\; 7x - 2450 = 4x - 380$$

$\Rightarrow\; 3x = 2070 \;\Rightarrow\; x = 2070 : 3 = 690$ ден.

По пазарувањето на Гоце му останале 690 - 95 = 595 ден.

**Пример 6.** На училишниот излет 1/4 од учениците биле ученици од 4 одделение, 1/3 од учениците биле ученици од 3 одделение и 1/5 од останатите ученици биле од 2 одделение. Колку вкупно ученици биле на излетот, ако на излетот имало 96 ученици кои не се ниту второ, ниту трето ниту четврто одделение?

**Решение.** Правоаголникот кој ги претставува сите ученици го делиме на 12 еднакви делови, значи еден дел е еден единичен правоаголник. Бидејќи 1/4 од 12 = 12 : 4 = 3, а 1/3 од 12 = 12 : 3 = 4, затоа 3 од тие делови ги претставуваат учениците од IV оддедение, а 4 од тие делови ги претставуваат учениците од III одделение. Остануваат 12 – (3 + 4) = 12 – 7 = 5 делови. Бидејќи 1/5 од остатокот се ученици од II одделние, значи, еден дел одговара на учениците од II одделение. Четирите дела кои остануваат одговараат на преостанатите 96 ученици кои не се ниту II, ниту III, ниту IV одделение.




**Аритметички пристап.** Вредноста на единичниот правоаголник е 96 : 4 = 24, па на излетот биле вкупно 12 · 24 = 288 ученици.

**Алгебарски пристап.**

$x$ - вкупен број ученици на излетот

$\frac{1}{4}x$ - ученици од IV одд.

$\frac{1}{3}x$ - ученици од III одд.

$$y - \frac{1}{5}y = 96$$

$$\frac{4}{5}y = 96$$

$$y = \frac{96 \cdot 5}{4} = \frac{480}{4} = 120$$

$y = x - (\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x) = x - \frac{7}{12}x = \frac{5}{12}x$ $\qquad$ $\frac{5}{12}x = 120$

$\frac{1}{5}y$ - ученици од II одд. $\qquad$ $x = \frac{120 \cdot 12}{5} = \frac{1440}{5} = 288$

Значи, на излетот биле вкупно 288 ученици.

**Задачи за самостојна работа**

**1.** 7/9 од отпечатениот тираж на списанието „Нумерус" биле продадени уште во првиот месец. Останале 800 броја непродадени. Колкав бил тиражот на списанието?

**2.** Александар добил одредена сума пари од баба му. Потрошил 500 ден. и на Бојан му дал 1/3 од парите кои му останале. Бојан потрошил 20 ден. и на Кирил му дал 3/4 од парите кои му останале. Кирил потрошил 60 ден. и на Дејан му дал 3/5 од парите кои му останале. Ако Дејан добил 270 ден. од Кирил, колку пари добил Александар од баба му?

**3.** На морскиот брег биле собрани јато пеликани. 1/3 од пеликаните биле кафеави, а останатите бели. Откако неколку кафеави пеликани одлетале, само 2/7 од пеликаните кои останале биле кафеави. Откако неколку бели пеликани одлетале, од пеликаните кои останале 2/3 биле бели. Ако разликата на бројот на кафеави пеликани кои одлетале и бројот на бели пеликани кои одлетале е 6, колкав бил бројот на кафеави пеликани кои на почетокот биле на морскиот брег?

**Извори:**

[1] И. Стојковска, *Решавање текстуални задачи со метод на отсечки*, Есенска математичка школа 2019, СММ, октомври-ноември 2019.

[2] М. Шариќ, *Метода дужи*, Математички лист XLIV-3 (2009), 1-4.

[3] S.J.Choo, K.T.Hong, Y.S.Mei, J.Lim, *Singapore Model Method for Learning Mathematics*, Marshall Cavendish Education, 2009.